

# Constantes physiques utiles

| Nom                                     | Symbole         | Valeur numérique   | Autre  |
|---|-----------------|--|--|
| Célérité de la lumière dans le vide     | $c$             | $299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   | $\mu_0\varepsilon_0c^2 = 1$                    |
| Perméabilité magnétique du vide         | $\mu_0$         | $4\pi \times 10^{-7}\text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$               |  |
| Permittivité diélectrique du vide       | $\varepsilon_0$ | $8,854\,187\,817\cdot 10^{-12}\text{ A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$ |  |
| Constante de Planck                     | $h$             | $6,626\,069\,57\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$   |  |
| Constante réduite de Planck             | $\hbar$         | $1,054\,571\,726\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$  | $\hbar = h/2\pi$                               |
| Constante de Rydberg                    | $R_\infty$      | $1,097\,373\,156\,8\cdot 10^7\text{ m}^{-1}$   | $R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$   |
| Charge élémentaire                      | $ e $           | $1,602\,176\,565\cdot 10^{-19}\text{ A}\cdot\text{s}$  |  |
| Constante de coulomb                    | $\kappa$        | $8,987\,551\,787\cdot 10^9\text{ kg}\cdot\text{m}^3\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-4}$       | $\kappa = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$         |
| Constante de structure fine             | $\alpha$        | $7,297\,352\,569\,8\cdot 10^{-3}$  | $\alpha = \frac{\kappa e^2}{hc}$               |
| Constante de universelle de gravitation | $G$             | $6,673\,84\cdot 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$                      |  |
| Accélération de la pesanteur            | $g_0$           | $9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  |  |
| Constante des Gaz Parfaits              | $\mathcal{R}$   | $8,314\,462\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\text{mol}^{-1}$   |  |
| Nombre d'Avogadro                       | $\mathcal{N}_A$ | $6,022\,141\,29\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$  |  |
| Constante de Boltzmann en joules        | $k_B$           | $1,380\,648\cdot 10^{-23}\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$  | $k_B = \mathcal{R}/\mathcal{N}_A$              |
| Constante de Boltzmann en eV            | $k_B$           | $8,617\,332\,4\cdot 10^{-5}\text{ eV}\cdot\text{K}^{-1}$                                       |  |
| Constante de Boltzmann en Hertz         | $k_B$           | $2,083\,661\,8\cdot 10^{10}\text{ Hz}\cdot\text{K}^{-1}$                                       | $k = k_B/h$                                    |
| Constante de Faraday                    | $\mathcal{F}$   | $96\,485,336\,5\text{ C}$  |  |
| Masse du proton                         | $m_p$           | $1,672\,621\,71\cdot 10^{-27}\text{ kg}$   |  |
| Masse du neutron                        | $m_n$           | $1,674\,927\,28\cdot 10^{-27}\text{ kg}$   |  |
| Masse de l'électron                     | $m_e$           | $9,109\,382\,6\cdot 10^{-31}\text{ kg}$  |  |
| Rayon de Bohr                           | $a_o$           | $52,917\,720\,192\text{ pm}$   | $a_o = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e  e ^2}$ |

# Quelques conversions

| Grandeurs Physiques     | Équivalences        |  |
|-------------------------|---------------------|--|
| Énergies                | 1 eV                | $\Leftrightarrow 1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ |
|                         | 1 kWh               | $\Leftrightarrow 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$                 |
| Pressions               | 1 Pa                | $\Leftrightarrow 1 \text{ N/m}^2$                          |
|                         | 1 bar               | $\Leftrightarrow 10^5 \text{ Pa}$                          |
|                         | 1 atm               | $\Leftrightarrow 1\,013,25 \text{ hPa}$                    |
| Masses volumiques       | 1 g/cm <sup>3</sup> | $\Leftrightarrow 1 \text{ kg/L}$                           |
| Unité de masse atomique | 1 u                 | $\Leftrightarrow 1,660\,538 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$     |
| Année lumière           | 1 al                | $\Leftrightarrow 9\,461 \cdot 10^{12} \text{ m}$           |

# Intégrales Gaussiennes

|   |                   |   |
|---|-------------------|---|
| $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha(x-\beta)^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$  | $\Leftrightarrow$ | $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} e^{2\alpha\beta x} dx = e^{\alpha\beta^2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$  |
| $\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\alpha(x-\beta)^2} dx = \beta \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$                                      | $\Leftrightarrow$ | $\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\alpha x^2} e^{2\alpha\beta x} dx = \beta e^{\alpha\beta^2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$                                      |
| $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\alpha(x-\beta)^2} dx = \left(\beta^2 + \frac{1}{2\alpha}\right) \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ | $\Leftrightarrow$ | $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} e^{2\alpha\beta x} dx = \left(\beta^2 + \frac{1}{2\alpha}\right) e^{\alpha\beta^2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ |

Notons par ailleurs, que pour simplifier les calculs on pourra remarquer que  $\alpha\beta^2 = (2\alpha\beta)^2/4\alpha$

# Primitives usuelles

| $f(x)$                                   | $\int f(x)dx$                                 |
|--|---|
| $a^x$                                    | $a^x / \ln a$                                 |
| $e^{ax}$                                 | $e^{ax} / a$                                  |
| $1/x$                                    | $\ln  x $                                     |
| $\ln  x $                                | $x \ln  x  - x$                               |
| $\frac{\ln x}{x}$                        | $\frac{1}{2} \ln^2(x)$                        |
| $\frac{1}{x \ln(x)}$                     | $\ln(\ln(x))$                                 |
| $\sin x$                                 | $-\cos x$                                     |
| $\cos x$                                 | $\sin x$                                      |
| $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$      | $\tan x$                                      |
| $1 + \cotan^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$    | $-\cotan x$                                   |
| $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$                | $\arccos x$                                   |
| $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$                 | $\arcsin x$                                   |
| $\frac{1}{1+x^2}$                        | $\arctan x$                                   |
| $\frac{1}{a^2+x^2}$                      | $\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$             |
| $\sinh x$                                | $\cosh x$                                     |
| $\cosh x$                                | $\sinh x$                                     |
| $1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\cosh^2 x}$    | $\tanh x$                                     |
| $\cotanh^2(x) - 1 = \frac{1}{\sinh^2 x}$ | $-\cotanh x$                                  |
| $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$                 | $\operatorname{argcosh} x$                    |
| $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$                 | $\operatorname{argsinh} x$                    |
| $\frac{1}{1-x^2}$                        | $\operatorname{argtanh} x$                    |
| $\frac{1}{a^2-x^2}$                      | $\frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x}{a} \right $ |

On rappelle que :

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}, \quad \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{et} \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Sans oublier :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \cotan x = \frac{\cos x}{\sin x}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \quad \text{et} \quad \cotanh x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

Et par définition :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \text{et} \quad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

# Formulaire d'électromagnétisme

| Grandeurs Physiques                    | Formules  |
|--|---|
| Potentiels                             | $V(M) = \iiint_V \frac{\rho(P)}{4\pi\epsilon_0 PM } d\tau$  |
|  | $\vec{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{j}(P)}{ PM } d\tau$                              |
| Champs                                 | $\vec{E}(M) = \iiint_V \frac{\rho(P)}{4\pi\epsilon_0 PM ^3} \overrightarrow{PM} d\tau$                |
|  | $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \vec{j}(P) \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{ PM ^3} d\tau$ |
| Théorèmes de GAUSS ET D'AMPÈRE         | $\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$                                  |
|  | $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{int}}$  |
| Équation de propagation                | $\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$                 |
|  | $\Delta \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$                 |
| Équation de Poisson (cas stationnaire) | $\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$   |
|  | $\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$   |

# Divergence dans les différents systèmes de coordonnées

| Cartésien   | Cylindrique   | Sphérique   |
|---|---|---|
| $\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ | $\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ | $\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$ |

# Rotationnel dans les différents systèmes de coordonnées

| Cartésien   | Cylindrique   | Sphérique  |
|---|---|--|
| $\begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial(A_\varphi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix}$ |

# Laplacien dans les différents systèmes de coordonnées

| Cartésien   | Cylindrique   | Sphérique   |
|---|---|---|
| $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ | $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ | $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}$ |