

Théorème de Gauss (8 pts)

- 1) On considère un fil rectiligne infini uniformément chargé avec la distribution linéique de charge λ . Déterminer à l'aide du théorème de Gauss le champ électrostatique créé en un point en dehors du fil. On justifiera le choix de la surface de Gauss en précisant les symétries et invariances du problème. On fera une figure claire en représentant la surface de Gauss choisie ainsi que tous les éléments nécessaires à une bonne compréhension.
- 2) On considère un plan infini uniformément chargé avec la distribution surfacique de charge σ . Déterminer à l'aide du théorème de Gauss le champ électrostatique créé en un point en dehors du plan. On justifiera le choix de la surface de Gauss en précisant les symétries et invariances du problème. On fera une figure claire en représentant la surface de Gauss choisie ainsi que tous les éléments nécessaires à une bonne compréhension.

Champ électrique créé par un fil rectiligne (12 pts)

On considère un fil rectiligne de longueur L et portant une densité de charge linéique λ constante.

On utilisera un système d'axes cartésien dans lequel le fil est porté par l'axe z . L'origine du repère sera pris à la moitié du fil.

- 1) Nous cherchons à déterminer le champ électrostatique créé par le fil dans son plan médian. Montrer que le potentiel électrostatique dans le plan médian $z = 0$ peut s'écrire comme

$$\phi(x, y, 0) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/(2r)} \frac{du}{\sqrt{1+u^2}}$$

où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ est la distance radiale dans le plan médian.

- 2) A partir du potentiel électrostatique calculé ci-dessus montrez que le champ électrique dans le plan médian est donné par

$$\vec{E}(x, y, 0) = E(r)\vec{u}_r$$

avec

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2r}{L})^2}}$$

- 3) Montrez que lorsqu'on s'approche suffisamment du fil (toujours ici en restant dans le plan médian) le champ électrique est donné par

$$\vec{E}(x, y, 0) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_r}{r}$$

Commentez ce résultat. Quel est la forme du potentiel électrostatique ?

- 4) Déterminez le champ électrique lorsqu'on s'éloigne très loin du fil, c'est-à-dire pour r très grand devant la taille L du fil. Commentez ce résultat.

Formulaire

– Intégrale

$$\int_0^x \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

– Pour ϵ très petit

$$\ln(1 + c) \simeq c$$

$$\sqrt{1 + \epsilon} \simeq 1 + \frac{1}{2}\epsilon$$