Examen Partiel d'Electromagnétisme
Rédacteur : Dragi Karevski
Durée : 2 heures
Aucun document autorisé

Fil infini *(8 pts)*

On considère un fil rectiligne infini uniformément chargé avec la distribution linéique de charge λ.

- 1) Déterminer à l'aide du théorème de Gauss le champ électrostatique crée en un point en dehors du fil. On justifiera le choix de la surface de Gauss en précisant les symetries et invariances du probleme. On fera une figure claire en représentant la surface de Gauss choisie ainsi que tous les éléments nécessaires à une bonne compréhension.
- 2) Donner l'expression intégrale du potentiel électrostatique crée par ce fil.

Sphère chargée *(12 pts)*

On considère une sphère de rayon R placée à l'origine d'un repère cartésien (O, x, y, z). La sphère est chargée par la distribution de charge radiale $\rho(x, y, z) = \rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{R}\right)^n$ pour $r \in [0, R]$ et zéro autrement, où r est la distance à l'origine, ρ_0 est une constante et n un entier.

- 1) Calculer la charge totale $Q(r)$ contenue dans une sphère de rayon $r \leq R$.
- 2) En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrostatique crée par cette distribution de charge (en prendra soin de distinguer les régions $r \leq R$ de $r > R$). On justifiera le choix de la surface de Gauss en précisant les symetries et invariances du probleme.
- 3) Montrer que l'on retrouve dans le cas uniformément chargé ($\rho(r) = \rho_0$) le résultat
$$E(r) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r \,, \quad r \leq R$$
à l'intérieur de la sphère.
- 4) Représenter graphiquement le résultat dans le cas uniformément chargé.
- 5) Déterminer l'énergie électrostatique $U = \frac{\epsilon_0}{2} \int\int\int dV \|\vec{E}(\vec{r})\|^2$ de la sphère uniformément chargée.

Formulaire

– élément de volume en coordonnées sphériques

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$$